湖南省第二十二届大学生计算机程序设计竞赛

正式赛



题目列表

A	好时刻
B	Matchstick Iteration
C	翻格子
D	Palindrome Game
E	矿区撤离
F	Fitting Rectangles
G	起重臂
H	Light Ring
I	交换
J	Random Tree
K	随机异或

本试题册共 11 题，13 页。
如果您的试题册不完整，请立即通知志愿者。

2026 年 10 月 25 日

题目 A. 好时刻

一天中的一个时刻由时、分、秒三个整数表示。如果其中一个整数等于另外两个整数之和，就称这个时刻为好时刻。

给定同一天内的两个 24 小时制时刻，求它们之间（包括两个端点）的好时刻数量。

输入格式

每个测试文件只包含一组测试数据。

第一行包含三个整数 h_1、m_1 和 s_1（$0 \le h_1 \le 23$，$0 \le m_1, s_1 \le 59$），分别表示起始时刻的时、分、秒。

第二行包含三个整数 h_2、m_2 和 s_2（$0 \le h_2 \le 23$，$0 \le m_2, s_2 \le 59$），分别表示结束时刻的时、分、秒。

保证起始时刻不晚于结束时刻。

输出格式

输出一个整数，表示好时刻的数量。

样例

standard input	standard output
0 2 0 0 3 0	1
1 45 46 1 46 45	2
23 36 59 23 36 59	1

备注

第一个样例中，唯一的好时刻为 00:02:02，因为 $0 + 2 = 2$，答案为 1。

第二个样例中的好时刻为 01:45:46 和 01:46:45，答案为 2。

题目 B. Matchstick Iteration

Decimal digits can be formed using matchsticks as shown below. Each dark segment represents one matchstick. The digits $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ require $6, 2, 5, 5, 4, 5, 6, 3, 7, 6$ matchsticks, respectively.

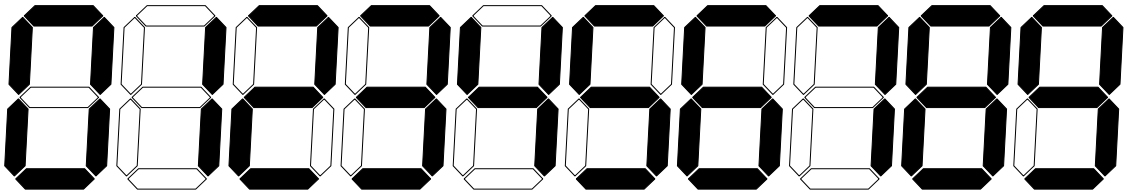


Figure: Matchstick representations of decimal digits

For a positive integer x, let $g(x)$ be the total number of matchsticks needed to form its decimal representation without leading zeros. Starting with the given positive integer x, perform the assignment $x = g(x)$ exactly 10 times, and denote the final value of x by $f(x)$.

Given positive integers a and b, find

$$\sum_{x=a}^{b} f(x) \bmod (10^9 + 7)$$

.

输入格式

Each test contains multiple test cases. The first line contains the number of test cases T ($1 \le T \le 1000$). Description of the test cases follows.

The first line contains a positive integer a ($1 \le a < 10^{1000}$), without leading zeros.

The second line contains a positive integer b ($a \le b < 10^{1000}$), without leading zeros.

The sum of the lengths of the decimal representations of a and b over all test cases does not exceed 2000.

输出格式

For each test case, output one line containing the answer.

Print the required sum modulo $10^9 + 7$.

样例

standard input	standard output
2 1 10 137 284	51 758

备注

For the first test case:

For $x = 1, 2, 3, 5, 7, 8, 10$, we have $f(x) = 5$; for $x = 4$, we have $f(x) = 4$; and for $x = 6, 9$, we have $f(x) = 6$. Thus the answer for this test case is $7 \cdot 5 + 4 + 2 \cdot 6 = 51$.

题目 C. 翻格子

有 n 个格子排成一行，每个格子为白色或黑色。它们的颜色用长度为 n 的二进制字符串 s 表示，其中 0 表示白色，1 表示黑色。

每次操作可以选择一个格子，将其颜色翻转。你最多可以进行 b 次操作。

将由黑色格子组成的极大非空连续段称为黑色段。求操作后黑色段数量的最小值。

输入格式

每个测试文件包含多组测试数据。第一行包含测试数据的组数 T（$1 \le T \le 10000$）。每组测试数据的格式如下。

第一行包含两个整数 n 和 b（$1 \le n \le 2 \cdot 10^5$，$0 \le b \le n$）。

第二行包含长度为 n 的二进制字符串 s。

保证所有测试数据的 n 之和不超过 $2 \cdot 10^5$。

输出格式

对于每组测试数据，输出一行答案。

输出一个整数，表示黑色段数量的最小值。

样例

standard input	standard output
4 9 2 111010111 7 0 1010101 5 3 00100 12 2 011010001101	1 4 0 2

备注

第一组数据中，将第 4 和第 6 个格子变为黑色，可得到 111111111，其中只有一个黑色段。

第二组数据中，不能进行操作，因此原有的四个黑色段保持不变。

第三组数据中，只需将唯一的黑色格子变为白色，就可以消除所有黑色段。

第四组数据中，将第 4 和第 11 个格子变为黑色，可以得到两个黑色段，最优答案为 2。

题目 D. Palindrome Game

Alice and Bob play exactly k rounds on a string s of length n consisting of lowercase English letters. In each round, Alice first chooses to delete either the leftmost or the rightmost character of the current string. Bob then chooses one of the two ends of the remaining string and deletes the character at that end.

The final string has length $n - 2k$. Its score is the number of palindromic substring occurrences. A substring is a contiguous sequence of characters, and a palindrome reads the same forwards and backwards. Single-character substrings count, and equal substrings at different positions are counted separately.

Alice wants to maximize the score, while Bob wants to minimize it. Both players see the current string and play optimally. Determine the final score.

输入格式

Each test file contains multiple test cases. The first line contains the number of test cases T ($1 \le T \le 10^4$). The description of the test cases follows.

The first line contains two integers n and k ($3 \le n \le 10^6$, $1 \le k$, $2k < n$).

The second line contains a string s of length n, consisting only of lowercase English letters.

For each test file, it is guaranteed that the sum of n over all test cases does not exceed 10^6.

输出格式

For each test case, print the final score under optimal play on a separate line.

样例

standard input	standard output
8 6 1 xabbay 7 2 cababac 6 1 aaaaaa 5 1 abcba 3 1 abc 7 1 abababa 8 3 aaaabbbb 9 2 abacabcaa	5 4 10 3 1 9 2 6

备注

In the first test case, $s =$ `xabbay` and $k = 1$. The possible remaining strings of length 4 are `xabb`, `abba`, and `bbay`, with palindromic substring counts $5, 6, 5$, respectively. Optimal play results in a score of 5.

题目 E. 矿区撤离

有 n 个矿点和 m 条双向管道。矿点编号为 1 到 n，第 i 个矿点的海拔、工蜂数量、撤离容量分别为 h_i、p_i、c_i。

你需要选择一个非负整数作为水位 h。所有满足 $h_i \le h$ 的矿点及其相连管道都会被删除，这些矿点中的工蜂无法撤离。剩余矿点与管道组成若干连通块。

对于每个连通块，设其中的工蜂总数为 s_p，撤离容量总和为 s_c。若 $s_p \le s_c$，则该连通块内的全部 s_p 只工蜂成功撤离；否则，该连通块内的撤离全部失败，没有工蜂能够撤离。

你可以自由选择水位，求最多能够撤离多少只工蜂。

输入格式

每个测试文件只包含一组测试数据。

第一行包含两个整数 n 和 m（$1 \le n \le 2 \cdot 10^5$，$0 \le m \le 2 \cdot 10^5$）。

接下来 n 行，第 i 行包含三个整数 h_i、p_i、c_i（$1 \le h_i \le 10^9$，$0 \le p_i, c_i \le 10^9$）。不同矿点的海拔可以相同。

接下来 m 行，每行包含两个整数 u 和 v（$1 \le u, v \le n$，$u \ne v$），表示连接这两个矿点的一条双向管道。保证没有重边和自环。

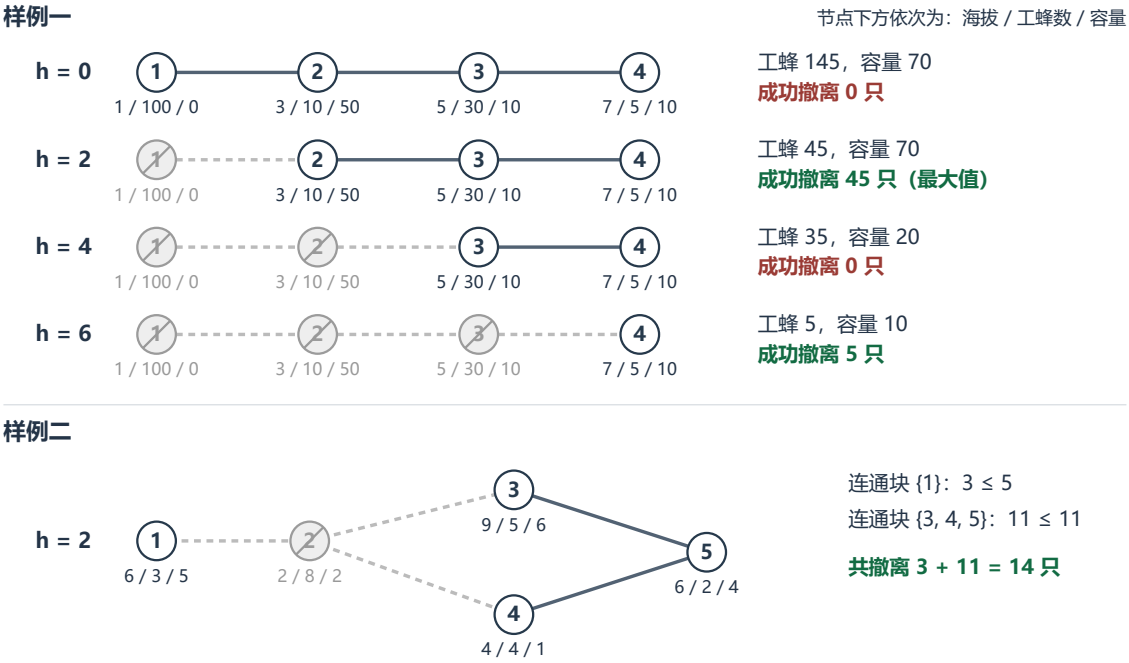
输出格式

输出一个整数，表示能够撤离的工蜂总数的最大值。

样例

standard input	standard output
4 3 1 100 0 3 10 50 5 30 10 7 5 10 1 2 2 3 3 4	45
5 5 6 3 5 2 8 2 9 5 6 4 4 1 6 2 4 1 2 2 3 2 4 3 5 4 5	14

备注



图：矿区在不同水位下的连通块与撤离结果

第一个样例中，选择 $h = 0$ 时，唯一连通块的工蜂总数为 145，容量为 70，无法撤离任何工蜂。选择 $h = 2$ 时，剩余矿点的工蜂总数为 45，容量为 70，可全部撤离。选择 $h = 4$ 时，剩余连通块的工蜂总数为 35，容量为 20，无法撤离任何工蜂。选择 $h = 6$ 时，只剩下矿点 4，可以撤离 5 只工蜂。最大值为 45。

第二个样例中，选择 $h = 2$ 后，矿点 1 单独形成连通块，其工蜂总数为 3、容量为 5；矿点 $3, 4, 5$ 形成另一个连通块，其工蜂总数为 11，撤离容量也为 11。因此可以撤离 14 只工蜂，这是最大值。

题目 F. Fitting Rectangles

You are given an integer matrix a with m rows and n columns. Both row and column indices start at 1.

Choose two rows $x_1 < x_2$ and two columns $y_1 < y_2$ to form a subrectangle. It is a fitting rectangle if its top-left and bottom-right entries satisfy

$$a_{x_1,y_1} + a_{x_2,y_2} = (x_2 - x_1) + (y_2 - y_1)$$

.

Count the fitting rectangles. Two rectangles are different if and only if their corresponding tuples (x_1, x_2, y_1, y_2) differ.

输入格式

There is only one test case in each test file.

The first line contains two integers m and n ($2 \le m, n \le 1500$, $m \cdot n \le 10^6$).

Each of the next m lines contains n integers. The j-th integer on the i-th line is $a_{i,j}$ ($0 \le a_{i,j} \le m+n$).

输出格式

Print one integer: the number of fitting rectangles.

样例

standard input	standard output
3 4 1 0 2 1 0 2 1 0 1 0 3 2	4
2 2 1 1 1 1	1

备注

In the first example, the four fitting rectangles have top-left and bottom-right corner pairs $(1,3),(2,4)$; $(1,1),(3,3)$; $(1,2),(3,3)$; and $(2,1),(3,3)$.

In the second example, the matrix has only two rows and two columns. Since $x_1 < x_2$ and $y_1 < y_2$ must hold, the selected rows must be the first and second rows, and the selected columns must be the first and second columns. Thus there is only one subrectangle. It satisfies $1 + 1 = 2$, so the answer is 1.

题目 G. 起重臂

起重臂是一条一端固定在原点的线段，可以绕原点连续旋转，长度可以在 $[l, r]$ 内连续变化。

平面上有 n 个四边平行于坐标轴的矩形禁区。起重臂可以接触禁区边界，但整条线段均不能与任何禁区的内部相交。禁区之间可以相交或互相包含，原点不在任何禁区内部。

起重臂的状态由其另一端的坐标确定。给定合法的初始状态和目标状态，判断起重臂能否从初始状态连续运动到目标状态，并在运动过程中始终满足上述限制。

输入格式

每个测试文件包含多组测试数据。第一行包含测试数据的组数 T（$1 \le T \le 10000$）。每组测试数据的格式如下。

第一行包含三个整数 n、l、r（$1 \le n \le 2 \cdot 10^5$，$0 \le l \le r \le 10^9$）。

第二行包含四个整数 s_x、s_y、t_x、t_y（$-10^9 \le s_x, s_y, t_x, t_y \le 10^9$）。初始端点为 (s_x, s_y)，目标端点为 (t_x, t_y)。保证初始状态和目标状态下的起重臂均不会与任何禁区的内部相交，且对应长度均属于 $[l, r]$。

接下来 n 行，第 i 行包含四个整数 $x_{1,i}$、$y_{1,i}$、$x_{2,i}$、$y_{2,i}$（$-10^9 \le x_{1,i} < x_{2,i} \le 10^9$，$-10^9 \le y_{1,i} < y_{2,i} \le 10^9$），描述一个对角顶点为 $(x_{1,i}, y_{1,i})$ 和 $(x_{2,i}, y_{2,i})$ 的禁区。原点不在任何禁区内部。

保证所有测试数据的 n 之和不超过 $2 \cdot 10^5$。

输出格式

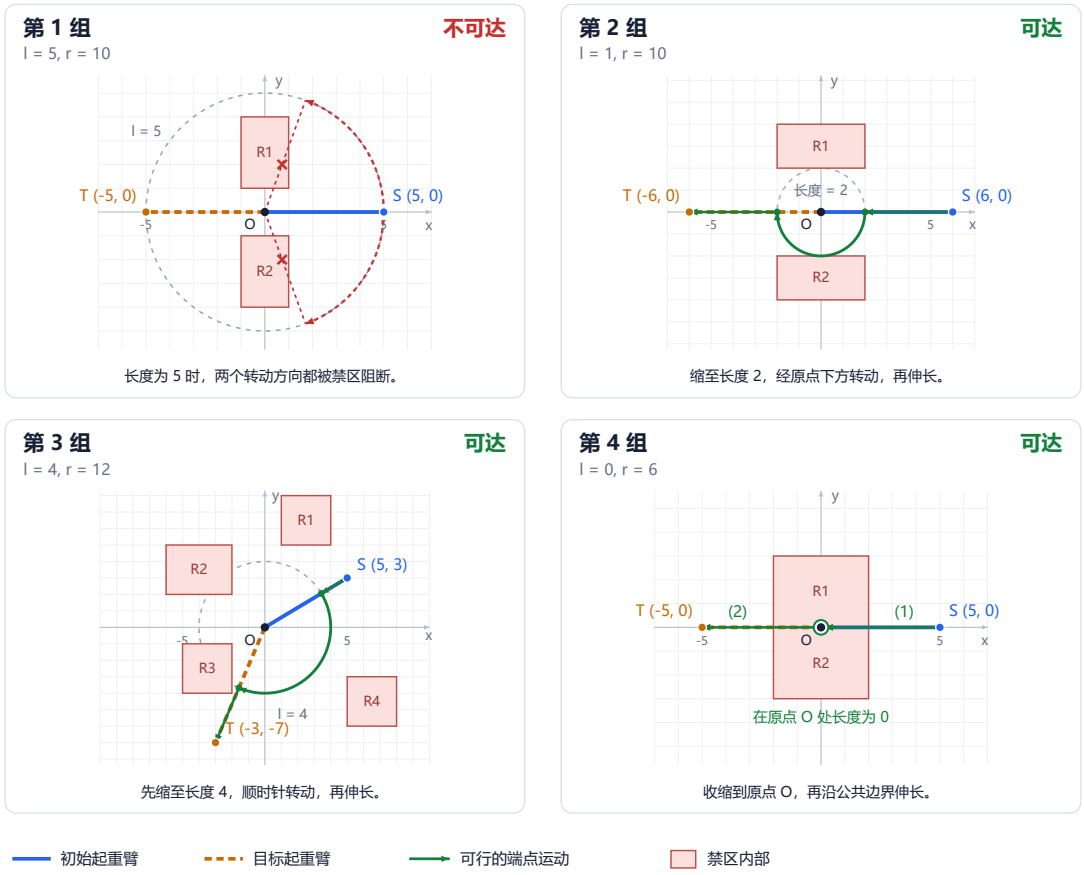
对于每组测试数据，输出一行答案。

若能到达目标状态，输出 `Yes`；否则输出 `No`。

样例

standard input	standard output
4 2 5 10 5 0 -5 0 -1 1 1 4 -1 -4 1 -1 2 1 10 6 0 -6 0 -2 2 2 4 -2 -4 2 -2 4 4 12 5 3 -3 -7 1 5 4 8 -6 2 -2 5 -5 -4 -2 -1 5 -6 8 -3 2 0 6 5 0 -5 0 -2 0 2 3 -2 -3 2 0	No Yes Yes Yes

备注



图：四组样例的禁区布局与运动示意

第一组数据中，即使缩短至最小长度，上方禁区仍阻断从水平坐标轴正半轴到负半轴的逆时针旋转，下方禁区阻断另一方向的旋转。

第二组数据中，可以先收缩至长度 2，经原点下方旋转到目标方向，再伸长至长度 6。

第三组数据中，可以先缩短至长度 4，顺时针旋转到目标方向，再伸长至目标位置，整个过程避开所有禁区内部。

第四组数据中，两个禁区在原点所在的水平边界上相接。原点位于它们的公共边界上，不属于任何禁区的内部。可以先将起重臂收缩至长度 0，再沿目标方向伸长；收缩和伸长时均沿公共边界运动。

题目 H. Light Ring

There are n lights in a circle, numbered from 1 to n clockwise. Light i initially has state a_i: `0` means off and `1` means on.

In one operation, choose a starting light i, pay c_i, and toggle exactly k consecutive lights clockwise starting from it. Toggling changes `0` to `1` and `1` to `0`; light n is followed by light 1. Any number of operations, including zero, is allowed.

Find the minimum total cost to turn all lights off.

输入格式

Each test contains multiple test cases. The first line contains the number of test cases T ($1 \le T \le 10000$). Description of the test cases follows.

The first line contains two integers n and k ($1 \le k \le n \le 2 \cdot 10^5$).

The second line contains a binary string a of length n. Its i-th character is the initial state of light i.

The third line contains n integers $c_1, c_2, \ldots, c_n$ ($1 \le c_i \le 10^9$), giving the operation cost for each starting position.

The sum of n over all test cases does not exceed $2 \cdot 10^5$.

输出格式

For each test case, output one line containing the answer.

Print one integer: the minimum total cost to turn all lights off.

If there is no solution, print a single integer -1.

样例

standard input	standard output
4 5 2 00110 9 4 7 1 8 4 2 1000 1 1 1 1 6 2 110000 100 1 1 1 1 1 1 1 0 1000000000	7 -1 5 0

备注

In the first test case, starting at light 3 toggles lights 3 and 4 and costs 7.

In the second test case, each operation toggles 2 lights, so the parity of the number of lights that are on does not change. Initially, 1 light is on, so it is impossible to turn all lights off.

In the third test case, operating once from each of lights $2, 3, 4, 5, 6$ costs 5, whereas operating from light 1 costs 100.

In the fourth test case, the only light is initially off. No operations are needed, so the minimum cost is 0.

题目 I. 交换

给定两个长度均为 n 的整数数组 a 和 b。每次操作可以选择当前数组 a 中相邻的两个元素，如果它们的和是 3 的倍数，则交换它们。

判断能否通过任意次操作（包括零次）将 a 变为 b。

输入格式

每个测试文件包含多组测试数据。第一行包含测试数据的组数 T（$1 \le T \le 1000$）。每组测试数据的格式如下。

第一行包含一个整数 n（$1 \le n \le 5 \cdot 10^5$）。

第二行包含 n 个整数 $a_1, a_2, \ldots, a_n$（$0 \le a_i \le 10^9$）。

第三行包含 n 个整数 $b_1, b_2, \ldots, b_n$（$0 \le b_i \le 10^9$）。

保证所有测试数据的 n 之和不超过 $5 \cdot 10^5$。

输出格式

对于每组测试数据，若可以将 a 变为 b，输出一行 `Yes`，否则输出一行 `No`。

样例

standard input	standard output
5 3 1 2 4 2 1 4 2 0 3 3 0 3 1 4 2 4 1 2 3 0 1 3 3 1 0 3 1 2 1 1 1 2	Yes Yes No No Yes

备注

第一组数据中，交换前两个元素即可得到目标数组，因为 $1 + 2 = 3$。

第四组数据中，中间的元素无法与任意一个相邻元素交换，因此无法交换两端的元素。

题目 J. Random Tree

Initially, a rooted tree contains only its root, whose depth is 1. A child's depth is 1 greater than its parent's depth. A vertex without children is a leaf.

In each round, every leaf with depth less than k independently chooses one action: it adds one child with probability α, adds two children with probability β, or adds no children with probability $1-\alpha-\beta$.

Choices are independent between vertices and between rounds. All participating leaves act simultaneously, and new vertices can first act in the next round. A leaf that adds no children may still participate in later rounds; vertices of depth k never participate.

Find the expected total number of vertices after n rounds, including the root, modulo $M = 998\ 244\ 353$.

输入格式

Each test contains multiple test cases. The first line contains the number of test cases T ($1 \le T \le 10000$). Description of the test cases follows.

The first line contains two integers n and k ($0 \le n \le 10^{18}$, $1 \le k \le 10^6$).

The second line contains two numbers α and β ($0 \le \alpha, \beta \le 1$, $\alpha+\beta \le 1$), each with exactly four digits after the decimal point, representing the probabilities of adding one and two children, respectively.

The sum of k over all test cases does not exceed 10^6.

输出格式

For each test case, output one line containing the answer.

Output the expected total number of vertices after n rounds modulo 998 244 353.

Formally, let $M = 998\ 244\ 353$. It can be shown that the answer can be expressed as an irreducible fraction $\frac{p}{q}$, where p and q are integers and $q \not\equiv 0 \pmod{M}$. Output the integer equal to $p \cdot q^{-1} \bmod M$. In other words, output such an integer z that $0 \le z < M$ and $z \cdot q \equiv p \pmod{M}$.

样例

standard input	standard output
2 2 2 0.2500 0.2500 8 5 0.5000 0.2500	873463811 454218250

备注

In the first test case, $\alpha = \beta = 1/4$ and $k = 2$, so only the root can act. If it adds one or two children in the first round, the final number of vertices is 2 or 3, respectively. If it adds no children in the first round, it tries to grow again in the second round. Thus the expectation is

$$\frac{1}{4}\cdot 2 + \frac{1}{4}\cdot 3 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\cdot 2 + \frac{1}{4}\cdot 3 + \frac{1}{2}\cdot 1\right) = \frac{17}{8}$$

.

The modular encoding of $\frac{17}{8}$ is 873463811.

题目 K. 随机异或

给定 n 个整数 $a_1, a_2, \ldots, a_n$ 以及两个整数 m 和 k。对每个位置 i，独立选择整数 d_i（$0 \le d_i \le k$），将该位置的数改为 $a_i + d_i$。

对于每个 $0 \le s < 2^m$，求满足下式的选择方案数：

$$(a_1 + d_1) \oplus \cdots \oplus (a_n + d_n) = s$$

.

其中 $\oplus$ 表示按位异或运算：将两个非负整数的二进制表示在高位补零对齐，再逐位计算。对应的两个二进制位不同时，结果的这一位为 1；相同时为 0。例如，$(0011)_2 \oplus (0101)_2 = (0110)_2$。

两种方案不同，当且仅当至少有一个位置选择的增量不同。所有答案均对 998 244 353 取模。

输入格式

每个测试文件只包含一组测试数据。

第一行包含三个整数 n、m、k（$1 \le n \le 500000$，$1 \le m \le 19$，$0 \le k \le 100$）。保证 $2^m - k > 0$。

第二行包含 n 个整数 $a_1, a_2, \ldots, a_n$（$0 \le a_i < 2^m - k$）。

输出格式

输出 2^m 个整数，第 j 个整数为 $s = j - 1$ 对应的方案数，对 998 244 353 取模。

样例

standard input	standard output
2 2 1 0 1	1 1 1 1
3 3 2 0 1 3	3 2 2 2 4 4 5 5

备注

第一个样例中，第一个数可变为 0 或 1，第二个数可变为 1 或 2。四种选择的异或结果依次为 $1, 2, 0, 3$，因此所有答案均为 1。