

Problem A. 除奇致胜

由于消灭随从和攻击力的奇偶性有关，首先要按奇偶性分开考虑。而且贪心地，一定是优先消灭攻击力大的随从。

a_i 为奇数的随从一定可以被消灭，所以可以直接去掉。

而对于 a_i 为偶数的随从，从大到小排序。然后就要操作法术牌使得尽量多的偶数变成奇数。统计一下 b_i 为奇数的法术牌，把最大的若干个 a_i 为偶数的随从消灭即可。

时间复杂度 $\mathcal{O}(n \log n)$ 。

Problem B. 异或与最大公因数

显然，当 $a = b$ 时， $a \oplus b < \gcd(a, b)$ 。

当 $a \neq b$ 时，不妨设 $a < b$ ，则有： $a \oplus b \geq b - a \geq \gcd(b - a, a) = \gcd(a, b)$ 。

因此当且仅当 $a = b$ 时满足条件。

时间复杂度 $\mathcal{O}(1)$ 。

Problem C. Toxel 与宝可梦野餐

本题存在很多种构造方式，这里给出一种。第 1 至第 $n - 1$ 个向量，第 i 个为 $(i, i + 1, 0)$ ，第 n 个向量为 $(n, 0, \frac{n(n+1)}{2} - 1)$ 。

时间复杂度 $\mathcal{O}(n)$ 。

顺带一提，这题 $n \leq 20$ 是因为出题人只想暴力写 checker，不知道有没有比 2^n 更好的 checker。

Problem D. Oshwiciqwq 与氪金手游

记 $dp_{i,j,l}$ 为前 i 次抽卡后，得到了 j 张稀有卡，当前分数之和模 k 为 l 的情况数量。

初始值 $dp_{0,0,0} = 1$ 。

如果每次枚举这一轮的分数，有状态转移方程：

$$dp_{i,j,l} = \sum_{p=0}^{a_i} dp_{i-1,j-(l \equiv 0), (l-p+k) \bmod k}$$

可以使用前缀和优化，令 $sum_{i,j,k} = \sum_{p=0}^{k-1} dp_{i,j,p}$ ，那么每次 dp 转移最多被分为两段区间，使用前缀和快速计算即可。

状态数为 $\mathcal{O}(nmk)$ ，转移时间为 $\mathcal{O}(1)$ ，故时间复杂度为 $\mathcal{O}(nmk)$ 。

Problem E. 区间匹配

首先我们可以离线简化问题。考虑到要求区间编号最小，如果我们从小编号到大编号枚举，每次把自己能解答的询问都做掉（前面已经做过的询问跳过），这样最后得到的是正确答案。由于，一个区间 $[l, r]$ 是另一个区间 $[a, b]$ 的子区间，当且仅当 $a \leq l \leq r \leq b$ 。也就是说，一个区间要满足条件，首先要满足 $a \leq l \leq b$ ，再满足 $r \leq b$ （在给出区间满足左端点小于等于右端点的前提下）。我们可以把询问按照左端

Problem F. qaq

Problem G. Toxel 与二维回文串

Problem H. Toxel 与帕底亚地区

似。可以进一步用反证法证明不能存在二元以上的简单环。设 x, y 是某个环上的两个不同的点，且设该环上没有自环，而极限存在。显然 $\lim_{k \rightarrow +\infty} f(x, y, k) > 0$ 且 $\lim_{k \rightarrow +\infty} f(y, x, k) > 0$ 。那么存在充分大的 M 满足 $f(x, y, M) > 0$ 且 $f(x, y, M+1) > 0$ 且 $f(y, x, M) > 0$ 且 $f(y, x, M+1) > 0$ 。现考虑 $f(x, x, 2M+1)$ ，它可以先走 M 步到 y ，再走 $M+1$ 步回到 x ；也可以先走 $M+1$ 步到 y ，再走 M 步回到 x 。由于该环上没有自环，这一定是两条不同的路径，从而 $f(x, x, 2M+1) \geq 2$ 。那么容易发现 $f(x, x, k)$ 没有上界，矛盾。

根据上面的讨论，收敛的图一定是一个 DAG 加上若干互不可达的自环，容易证明满足该条件的图也一定收敛。当 k 充分大时， $f(x, y, k)$ 的数量一定等于 x 到 y 有自环的路径数量。即从 x 走到自环，在自环上绕若干次补足路径长度，再走到 y 。因此 $f(x, y, k)$ 在 k 充分大时是定值，当然存在极限。

掌握结论后，判断图是否满足条件则较容易，简单 dfs 即可。时间复杂度 $\mathcal{O}(n+m)$ 。

Problem I. Circle God

考虑差分，设 $b_i = a_i \oplus a_{(i+1) \bmod n}$ ($0 \leq i < n$)。此时一次操作等价于 b_i 和 $b_{(i+k) \bmod n}$ 异或 1，目标状态为 $b_i = 0$ ($0 \leq i < n$) 且 $a_0 = 0$ 。

发现序列可以拆成 $\gcd(n, k)$ 个不相交的环，每次操作相当于将环上两个相邻的数异或 1。分别处理每一个环并记录当前 a_0 的值即可。

设 $dp_{i,j}$ 为把前 i 个环都置为 0 且此时 $a_0 = j$ 的最小操作次数，转移时枚举是否对跨过 0 的这两个数进行操作，取最小值即可。

时间复杂度为 $\mathcal{O}(n)$ 。

(数据开的有点大本来是想卡带 $\log$ 的做法的，但是似乎卡不掉)