

第十七届“快手杯” 北京航空航天大学程序设计竞赛 决赛

2023 年 4 月 9 日



BCPC 2022 The 17th Beihang University
Collegiate Programming Contest

题目概况

题号	题目名	时间限制	空间限制
A	除奇致胜	1 s	2048 MB
B	异或与最大公因数	1 s	2048 MB
C	Toxel 与宝可梦野餐	1 s	2048 MB
D	Oshwiciqwq 与氮金手游	1 s	2048 MB
E	区间匹配	1 s	2048 MB
F	qaq	1 s	2048 MB
G	Toxel 与二维回文串	6 s	2048 MB
H	Toxel 与帕底亚地区	1 s	2048 MB
I	Circle God	3 s	2048 MB



Problem A. 除奇致胜

输入文件: standard input

输出文件: standard output

时间限制: 1 second

空间限制: 2048 megabytes

在炉石传说游戏里，有一张牌叫除奇致胜。



它的效果是：消灭所有攻击力为奇数的随从。

现在你的对手拥有 n 个随从，每一个随从都有一个攻击力。你的手牌中除了除奇致胜，还有 m 张其他法术牌，这些法术牌均只可以使用一次，且可以对任意一个随从使用（也可以保留在手中不使用）。第 i 张法术可以令目标的攻击力增加 b_i 。

你想知道你如何操作，可以让对方剩余的随从攻击力之和尽可能小。

输入格式

第一行，包含一个整数 n ($1 \leq n \leq 10^5$)，表示敌方的随从数。

第二行包含 n 个整数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($1 \leq a_i \leq 10^5$)，表示敌方的随从的攻击力。

第三行，包含一个整数 m ($1 \leq m \leq 10^5$)，表示手中除了“除奇致胜”以外的法术个数。

第四行包含 m 个整数 $b_1, b_2, \dots, b_m$ ($1 \leq b_i \leq 10^5$)，表示我方的法术可以给随从提供的攻击力。

输出格式

一行，一个整数，表示敌方剩余的随从的攻击力之和。

样例

standard input	standard output
3 3 4 5 3 1 2 4	0
6 2 4 6 8 10 12 2 1 1	20
1 2 3 3 3 3	0

提示

对于第一组样例，我们可以选择给第一个随从 +4 攻，第二个随从 +1 攻，第三个随从 +2 攻，然后使用除奇制胜。

对于第二组样例，我们给最后两个随从 +1 攻，然后使用除奇制胜。

对于第三组样例，我们可以给这个随从释放一个 +3 攻法术，此时它的攻击为 5，然后直接使用除奇制胜。另外两张法术不使用。

Problem B. 异或与最大公因数

输入文件: standard input
输出文件: standard output
时间限制: 1 second
空间限制: 2048 megabytes

给出四个正整数 l_1, r_1, l_2, r_2 , 请输出满足下列条件的正整数对 (a, b) 个数:

- $l_1 \leq a \leq r_1$
- $l_2 \leq b \leq r_2$
- $a \oplus b < \gcd(a, b)$

其中, $\oplus$ 表示按位异或, $\gcd(a, b)$ 表示 a 和 b 的最大公因数。

输入格式

第一行, 四个正整数 l_1, r_1, l_2, r_2 ($1 \leq l_1 \leq r_1 \leq 10^5, 1 \leq l_2 \leq r_2 \leq 10^5$)。

输出格式

输出一个整数, 表示满足条件的整数对 (a, b) 个数。

样例

standard input	standard output
1 2 1 2	2
2 3 4 5	0

提示

在样例一中, 满足条件的整数对为:

- $(1, 1), 1 \oplus 1 = 0, \gcd(1, 1) = 1$
- $(2, 2), 2 \oplus 2 = 0, \gcd(2, 2) = 2$

Problem C. Toxel 与宝可梦野餐

输入文件: standard input
输出文件: standard output
时间限制: 1 second
空间限制: 2048 megabytes

题目背景: *Toxel* 在帕底亚地区与其它宝可梦快乐地野餐。它希望使用尽可能多种类的材料制作三明治, 使得三明治的食力为某种特定的属性。

形式化地说, *Toxel* 定义一个向量集合是好的, 当且仅当其中所有向量的和向量满足第一维 (维度从 1 开始编号) 的值在各维中严格最大。*Toxel* 希望构造 n 个不同的 d 维向量 (d 不能超过 3), 使得这 n 个向量的集合是好的, 并且它的任何一个非空真子集都不是好的。

例如, 集合 $\{(2, 1)\}$ 满足要求, 因为和向量第一维的值为 2, 严格最大, 且它没有非空真子集。集合 $\{(2, 1), (1, 2)\}$ 不满足要求, 因为和向量两维的值都是 3, 第一维不是严格最大的。集合 $\{(2, 1), (3, 1)\}$ 也不满足要求, 虽然它是好的集合, 但是它的所有非空真子集也都是好的。

请你帮 *Toxel* 构造出满足条件的 n 个向量。

输入格式

第一行包含一个整数 n ($1 \leq n \leq 20$), 表示需要构造的向量数量。

输出格式

输出第一行包含一个整数 d ($1 \leq d \leq 3$), 表示构造的向量维数。

接下来 n 行, 每行 d 个整数, 表示构造的向量。输出向量中所有元素均应为 $[0, 10^9]$ 中的整数, 且所有向量两两不同。

如果有多种不同的方案, 你可输出任意一种。可以证明, 本题必然有解。

样例

standard input	standard output
1	2 2 1
2	3 1 2 0 2 0 2

Problem D. Oshwiciqwq 与氪金手游

输入文件: standard input
输出文件: standard output
时间限制: 1 second
空间限制: 2048 megabytes

Oshwiciqwq 在玩一个氪金手游。这个游戏的抽卡机制十分特殊，每次抽卡会得到一个随机的分数。在某次抽卡结束后，如果之前得到的所有分数之和正好是 k 的倍数，他就能得到一个稀有卡！

今天他打算抽 n 次卡。作为 C 语言大佬，他事先从游戏文件中读出了他第 i 次抽卡得到的分数是在 $[0, a_i]$ 的整数里等概率随机得到的一个整数。他感觉太坑了！

他希望得到 x 张稀有卡，请你帮他算一下他在 n 次抽卡结束后，得到稀有卡的数量恰好为 m 张时有多少种可能的情况。两种情况不同当且仅当他在某一次抽卡得到的分数不同。

输入格式

第一行三个整数 n, m, k ($1 \leq n, k \leq 300, 0 \leq m \leq n$)，分别表示抽卡的轮数，希望得到的稀有卡数量以及得到稀有卡的参数。

第二行 n 个整数 $a_1, a_2, \dots, a_n$ ($0 \leq a_i < k$)， a_i 表示第 i 次抽卡得到分数的上界。

输出格式

一行一个整数，表示他获得 m 张稀有卡的可能情况数量，对 998 244 353 取模。

样例

standard input	standard output
3 2 3 1 2 1	3
7 4 10 1 9 1 9 8 1 0	223

提示

对于第一个样例，总共有 12 种情况：

三次抽卡分别得到 0,0,0 分，在第 1,2,3 次抽卡之后获得稀有卡，共 3 张稀有卡。

三次抽卡分别得到 0,0,1 分，在第 1,2 次抽卡之后获得稀有卡，共 2 张稀有卡。

三次抽卡分别得到 0,1,0 分，在第 1 次抽卡之后获得稀有卡，共 1 张稀有卡。

三次抽卡分别得到 0,1,1 分，在第 1 次抽卡之后获得稀有卡，共 1 张稀有卡。

三次抽卡分别得到 0,2,0 分，在第 1 次抽卡之后获得稀有卡，共 1 张稀有卡。

三次抽卡分别得到 0,2,1 分，在第 1,3 次抽卡之后获得稀有卡，共 2 张稀有卡。

三次抽卡分别得到 1,0,0 分，没有得到稀有卡。

三次抽卡分别得到 1,0,1 分，没有得到稀有卡。

三次抽卡分别得到 1, 1, 0 分，没有得到稀有卡。

三次抽卡分别得到 1, 1, 1 分，在第 3 次抽卡之后获得稀有卡，共 1 张稀有卡。

三次抽卡分别得到 1, 2, 0 分，在第 2, 3 次抽卡之后获得稀有卡，共 2 张稀有卡。

三次抽卡分别得到 1, 2, 1 分，在第 2 次抽卡之后获得稀有卡，共 1 张稀有卡。

因此，得到 2 张稀有卡的可能情况数量有 3 种。

Problem E. 区间匹配

输入文件: standard input
输出文件: standard output
时间限制: 1 second
空间限制: 2048 megabytes

Pobiren 进入大学最喜欢上的就是程序设计课。在一次编程中他接触到了父区间这个概念。区间 $[a, b]$ 作为区间 $[c, d]$ 的父区间，当且仅当区间端点 a, b, c, d 满足 $a \leq c \leq d \leq b$ 。在课上，老师给了 Pobiren n 个区间，编号分别为 $1, 2, \dots, n$ 。老师还给出了 q 次询问，每次询问都是 $[l, r]$ ($l \leq r$) 的形式。给出的区间右端点最大为 L 。老师希望 Pobiren 能答出，在初始给出的区间中，该询问区间的编号最小的父区间是哪个。Pobiren 感到很困难，于是来向你求助。

输入格式

第一行包含三个整数 n, q, L ($1 \leq n, q, L \leq 5 \times 10^5$)。

第 2 至 $n+1$ 行，每行包含两个整数 l, r ($1 \leq l \leq r \leq L$)，表示老师给出的 n 个区间中每个区间的左右端点。

第 $n+2$ 至 $n+q+1$ 行，每行包含两个整数 l, r ($1 \leq l \leq r \leq L$)，表示老师的 q 次询问区间。

输出格式

输出 q 行，每行一个整数表示每次询问的答案，也就是该询问区间的父区间的最小编号。若找不到，则输出 0。

样例

standard input	standard output
3 3 10	2
4 5	3
1 4	3
1 6	
2 4	
3 6	
3 5	

Problem F. qaq

输入文件: standard input
输出文件: standard output
时间限制: 1 second
空间限制: 2048 megabytes

wzy 有一个由 'q' 和 'a' 组成的字符串 s ，其长度为 n 。

他认为其中的 qaq 含量还不够大。

于是 wzy 决定在任意位置插入共 x 个字符 ('q' 或者 'a')，使其中子序列 "qaq" 个数最多。

也就是说，wzy 想最大化最终字符串中满足如下条件的三元组 (i, j, k) 的个数：

- $0 \leq i < j < k < n + x$
- $s_i = 'q', s_j = 'a', s_k = 'q'$

输入格式

第一行，两个整数 n ($1 \leq n \leq 10^6$) 和 x ($1 \leq x \leq 10^6$)，表示初始串长度和插入字符的数量。

第二行，一个字符串 s ，表示初始字符串。

输出格式

一个整数，表示最终子序列 "qaq" 个数的最大值。

样例

standard input	standard output
3 2 qaa	4
4 1 aaaa	0
9 7 qaqqaaaqa	146

提示

第一组样例中，一种可能的最终字符串为 "qaqqaq"，其中下划线的是插入的字符。

注意插入的字符既可以是 'q' 也可以是 'a'。

Problem G. Toxel 与二维回文串

输入文件: standard input
输出文件: standard output
时间限制: 6 seconds
空间限制: 2048 megabytes

Toxel 在小水獭幼儿园学习到了回文串的相关知识, 感觉非常有趣。放学后, 它对这一概念进行了深入研究, 把相关概念扩展到了二维, 并提出了一个有趣的问题。

Toxel 定义**二维字符串**是一个长方形的字符矩阵, 一个 $n \times m$ 的二维字符串是由 n 行 m 列字符组成的字符矩阵。

Toxel 定义一个二维字符串的**子串**是选取它部分**连续**的行和**连续**的列的**交点**组成的新字符矩阵。

Toxel 定义一个 $n \times m$ 的二维字符串是**回文**的, 当且仅当将其顺时针旋转 90° 后 (字符本身不旋转), 所得的 $m \times n$ 二维字符串与原二维字符串相等。

Toxel 的问题是, 给定一个 $n \times m$ 的二维字符串, 它有多少个回文子串?

输入格式

第一行包含两个正整数 n, m ($1 \leq n \times m \leq 3 \times 10^5$)。

接下来 n 行, 第 i 行包含一个由小写英文字母组成的、长度为 m 的字符串, 表示二维字符串的第 i 行。

输出格式

输出一行一个整数, 表示回文子串的数量。

样例

standard input	standard output
2 2 ab ba	4
2 2 ab cd	4
3 3 aba bab aba	10

Problem H. Toxel 与帕底亚地区

输入文件: standard input
输出文件: standard output
时间限制: 1 second
空间限制: 2048 megabytes

Toxel 来到了帕底亚地区旅行。帕底亚地区的出行方式十分奇特，Toxel 可乘着传说的宝可梦故勒顿/密勒顿一起冒险，在辽阔的帕底亚地区纵横驰骋。

帕底亚地区由 n 个城市组成。受地形限制，Toxel 只能沿着其中 m 条单向路线旅行，每条单向路线可以从城市 u 去往城市 v 。换言之，这是一个有 n 个点及 m 条边的有向图。

在游玩的过程中，Toxel 对城市之间的不同旅行方式产生了兴趣。对于所有 $1 \leq u, v \leq n$ 和 $k \geq 1$ ，Toxel 定义 $f(u, v, k)$ 表示从 u 出发，到 v 结束，经过了恰 k 条路线的不同路径数量。两条路径不同当且仅当存在某个 i 使得这两条路径经过的第 i 条路线不同。

Toxel 十分好奇当 k 不断增大时 $f(u, v, k)$ 的变化情况。如果不存在任何正整数 M ，使得 $k \geq M$ 时 $f(u, v, k)$ 是一常数，那么 Toxel 就认为从 u 到 v 旅行是有趣的，因为旅行路径十分多样。请你帮 Toxel 判断是否存在 u, v ($1 \leq u, v \leq n$) 使得从 u 到 v 旅行是有趣的。

形式化地说，你需要判断是否存在 u, v ($1 \leq u, v \leq n$) 使得 $\lim_{k \rightarrow +\infty} f(u, v, k)$ 不存在。

注意：本题中的有向图可以包含重边或自环。

输入格式

第一行包含两个整数 n, m ($1 \leq n \leq 5 \times 10^5, 0 \leq m \leq 5 \times 10^5$)。

接下来 m 行，第 i 行包含三个整数 u_i 和 v_i ($1 \leq u_i, v_i \leq n$)，表示旅行中的一条从城市 u_i 到 v_i 的路线（有向图中的一条从 u_i 到 v_i 的边）。

输出格式

输出一行一个字符串。如果存在有趣的旅行，则输出 **Yes**，否则输出 **No**（大小写不敏感）。

样例

standard input	standard output
3 3 1 2 2 3 3 1	Yes
3 3 1 1 1 2 2 3	No
3 4 1 2 2 1 2 3 3 2	Yes

Problem I. Circle God

输入文件: standard input
输出文件: standard output
时间限制: 3 seconds
空间限制: 2048 megabytes

wzy 有一个由 0 和 1 组成的环, 他想通过如下操作把这个环上的数全变为 1:

- 选择一个长度为 k 的连续区间, 将其中所有数取反 (0 变为 1, 1 变为 0)。

wzy 不想做太多次操作, 他想知道最少需要进行多少次操作以及具体的操作方案。

输入格式

本题包含多组数据。

第一行包含一个整数 T ($1 \leq T \leq 10^4$), 表示数据组数。

对于每组数据:

第一行两个整数 n, k ($3 \leq n \leq 2 \times 10^6, 2 \leq k \leq n - 1$), 表示环长和操作区间的长度。

第二行 n 个整数 $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ ($0 \leq a_i \leq 1$), 表示初始环上的值。

保证所有数据的 n 的和不超过 2×10^6 。

输出格式

对于每组数据:

如果可行, 第一行输出一个整数 m ($0 \leq m \leq n$), 表示最小操作次数。

第二行 m 个整数 $b_1, b_2, \dots, b_m$ ($0 \leq b_i \leq n - 1$), 表示每次操作区间的第一个位置, 即第 i 次操作的位置为 $(b_i, (b_i + 1) \bmod n, \dots, (b_i + k - 1) \bmod n)$ 。当 $m = 0$ 时这一行为空行。

当有多种可行解满足操作次数最少时, 输出任意一种即可。

如果不可行, 输出一行 -1 。

样例

standard input	standard output
4	-1
5 2	5
0 0 0 0 0	2 0 3 1 4
5 3	0
0 0 0 0 0	
6 4	-1
1 1 1 1 1 1	
10 6	
1 0 1 0 1 0 1 0 1 0	

提示

对于第二组数据，操作过程如下：

- 0,0,0,0,0
- 0,0,1,1,1
- 1,1,0,1,1
- 0,1,0,0,0
- 0,0,1,1,0
- 1,1,1,1,1

共 5 次操作。