

The 16-th BIT Campus Programming Contest Sponsored by LSSEC - Online Round Solution

2022 年 10 月 30 日

1 Saki

出题人: BFZD

字符串按行读入, 直接按类别输出即可。

2 ZYW with his score

出题人: sleep

已知 $a + b, a \& b$, 求 $a \oplus b$.

观察发现:

$$a + b = (a|b) + (a \& b)$$

$$a \oplus b = (a|b) \oplus (a \& b)$$

于是有

$$a|b = (a + b) - (a \& b)$$

$$a \oplus b = ((a + b) - (a \& b)) \oplus (a \& b)$$

也有很多同学得出的结果为 $(a + b) - 2 \times (a \& b)$ 不难验证也是正确的。

PS:

出题人郑重道歉, 这题的数据本来用至少两种方法测过, 但是赛前临时又加了几组数据且没有重新验题, 错将 $(a + b, a \& b)$ 生成为了 $(a + b, a \oplus b)$, 而出题人使用的是第一个方法, 因此第二个方法将得到错误结果。

3 Array Brush

出题人: zhanggengchen

数组刷的操作就是将数组中连续的一段数变成他们的平局值。

我们可以枚举使用数组刷的位置为 $[l, r]$, 那么长度为 n 的整个数组可以分为三个部分 $[a_i, a_{l-1}]$, $[a_l, a_r]$, $[a_{r+1}, a_n]$ 。

1. $[a_l, a_r]$ 的平均为 x 可以当作一个数来考虑。
2. $[a_i, a_{l-1}]$ 的最大值为 mx_1 , 最小值为 mn_1 。
3. $[a_{r+1}, a_n]$ 的最大值为 mx_2 , 最小值为 mn_2 。

上面三个部分, 第一部分的 x 可以通过前缀和 $O(1)$ 得到, 第二部分和第三部分分别可以通过前缀最大值和后缀最大值 $O(1)$ 的得到。

综合考虑一下, 数组刷的位置为 $[l, r]$ 时, 我们可以用 $O(1)$ 的时间复杂度计算出 Variation Range 为 $V = \max(mx_1, mx_2, x) - \min(mn_1, mn_2, x)$ 。

4 Bookworm

出题人: xxxyk

将每本书看做一个节点。对于选定的两本书 A, B, 如果 B 能作为 A 的后一本书, 则添加一条 $A \rightarrow B$ 的有向边。最后求以给定书为起点的最长路即可。

算法的时间复杂度取决于枚举任意两本书并判断连边的过程, 时间复杂度为 $O(n^2 \times maxlen)$, 其中 $maxlen$ 代表字符串的最长长度。

5 Diameter

出题人: Foreverlasting

出题来源: 某道 CF 题读错题意后的产物。

一道诈骗题, 答案是 $\sum_{i=1}^{n-1} \min(a_i, a_{i+1})$, 还是成功过骗到不少人的看起来。

证明是容易的, 注意到边的长度是区间最小值, 而直径肯定是某一个排列, 考虑这个排列是 $p_1, p_2, \dots, p_n$, 可以发现每个数都会两条边取 $\min$, 除非是 $1, n$ 放在开头或结尾。那么为了求最长的简单路径, 我们肯定想着取 $\min$ 的次数最少, 容易想到 $p_i = i$ 会是一组最优的解。

6 Subsequence

出题人: Foreverlasting

出题来源: 不知道, 瞎编的。

一道 dp 题。考虑如何处理这个 v_x^2 , 假设颜色序列 x 出现了 p 次, 那么 p^2 可以理解成两个相同颜色序列 x 在做匹配, 于是可以在两棵相同的树上 dp, 设 $f_{i,j}$ 表示第一棵树上当前序列的末端在 i , 第二棵在 j , 转移是若 $a_i = a_j$, 则 $f_{i,j} = \sum_{x \in \text{ancestor}_i, y \in \text{ancestor}_j} f_{x,y}$, 注意到这可以二维前缀和优化, 时间复杂度 $O(n^2)$ 。